## Exercise J - A

1. For $a > b > c > 0$, the distance between (1, 1) and the point pf intersection of the lines $ax + by + c = 0$ and $bx + ay + c = 0$ is less than $2\sqrt{2}$. Then : **[JEE(Adv.)2013]**

$a > b > c > 0$ के लिए, (1, 1) तथा रेखाओं $ax + by + c = 0$ व $bx + ay + c = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु के बीच की दूरी $2\sqrt{2}$ से कम g$r c : **[JEE(Adv.)2013]**

(A) $a + b - c > 0$ (B) $a - b + c < 0$ (C) $a - b + c > 0$ (D) $a + b - c < 0$

**Ans.** AC

**Sol.** Point of intersection of both lines is

$$\left(-\frac{c}{(a+b)}, -\frac{c}{(a+b)}\right)$$

Distance between $\left(-\frac{c}{(a+b)}, -\frac{c}{(a+b)}\right)$ & (1,1) is

$$\text{Distance} = \sqrt{\frac{(a+b+c)^2}{(a+b)^2} \times 2} < 2\sqrt{2}$$

$a + b + c < 2(a + b)$

$a + b - c > 0$

According to given condition option (C) also correct.

2. For a point P in the plane, let $d_1(P)$ and $d_2(P)$ be the distances of the point P from the lines $x - y = 0$ and $x + y = 0$ respectively. The area of the region R consisting of all points P lying in the first quadrant of the plane and satisfying $2 \le d_1(P) + d_2(P) \le 4$, is _____. **[JEE(Adv.)2014]**

समतल में स्थित किसी बिन्दु P से रेखाओं $x - y = 0$ तथा $x + y = 0$ की दूरी क्रमशः $d_1(P)$ तथा $d_2(P)$ है। यदि क्षेत्र R उन सभी बिन्दुओं P से बना है जो प्रथम चतुर्थांश (quadrant) में स्थित हैं तथा $2 \le d_1(P) + d_2(P) \le 4$ को सन्तुष्ट करते हैं, तब क्षेत्र R का क्षेत्रफल है _____ **[JEE(Adv.)2014]**

**Ans.** 6

**Sol.** let p(h, k)

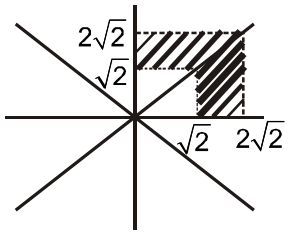
$$2 \le \left|\frac{h-k}{\sqrt{2}}\right| + \left|\frac{h+k}{\sqrt{2}}\right| \le 4$$

$\Rightarrow \quad 2\sqrt{2} \le |h - k| + |h + k| \le 4\sqrt{2}$

If $\quad h \ge k$

$\Rightarrow \quad 2\sqrt{2} \le x - y + x + y \le 4\sqrt{2}$ or $\sqrt{2} \le x \le 2\sqrt{2}$

similarly when $k > h$



we have $\sqrt{2} \le y \le 2\sqrt{2}$

The required area = $(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2 = 6$.

3. Consider the lines $L_1$ and $L_2$

defined by $L_1 : x\sqrt{2} + y - 1 = 0$ and $L_2 : x\sqrt{2} - y + 1 = 0$

For a fixed constant λ let C be the locus of a point P such that the product of the distance of P from $L_1$ and the distance of P from $L_2$ is $\lambda^2$. The line y = 2x + 1 meets C at two points R and S. where the distance between R and S is $\sqrt{270}$. Let the perpendicular bisector of RS meet C at two distinct points R' and S'. Let D be the square of the distance between R' and S'. The value of $\lambda^2$ is_____. **[JEE(Adv.)2021]**

माना रेखाऐं $L_1$ तथा $L_2$

$L_1 : x\sqrt{2} + y - 1 = 0$ व $L_2 : x\sqrt{2} - y + 1 = 0$ द्वारा परिभाषित हैं। एक निश्चित अचर λ के लिए, माना C एक बिन्दु P का बिन्दुपथ है जबकि P की $L_1$ से दूरी तथा P की $L_2$ से दूरी का गुणनफल $\lambda^2$ है। रेखा y = 2x + 1, C से दो बिन्दुओं R व S पर मिलती है, जहाँ R व S के मध्य दूरी $\sqrt{270}$ है। माना RS का लम्ब समद्विभाजक C से दो भिन्न बिन्दुओं R' व S' पर मिलता है। माना R' and S' के मध्य दूरी का वर्ग D है। $\lambda^2$ मा मान _____है। **[JEE(Adv.)2021]**

**Ans.** 9

**Sol.** Locus C,

$$\left|\frac{x\sqrt{2} + y - 1}{\sqrt{3}}\right|\left|\frac{x\sqrt{2} - y + 1}{\sqrt{3}}\right| = \lambda^2$$

$\Rightarrow |2x^2 - (y-1)^2| = 3\lambda^2$

C cuts y – 1 = 2x at $R(x_1, y_1)$ and $S(x_2, y_2)$

So, $|2x^2 - (2x)^2| = 3\lambda^2$

$$\Rightarrow x = \pm\lambda\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore R\left(\lambda\sqrt{\frac{3}{2}}, 1 + \lambda\sqrt{6}\right) \text{ and } S\left(-\lambda\sqrt{\frac{3}{2}}, 1 - \lambda\sqrt{6}\right)$$

Distance between R and S is $\sqrt{270}$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\lambda\sqrt{6}\right)^2 + \left(2\lambda\sqrt{6}\right)^2} = \sqrt{270}$$

$\therefore \lambda^2 = 9$

4. Consider the lines $L_1$ and $L_2$ defined by

$L_1 : x\sqrt{2} + y - 1 = 0$ and $L_2 : x\sqrt{2} - y + 1 = 0$

For a fixed constant λ let C be the locus of a point P such that the product of the distance of P from $L_1$ and the distance of P from $L_2$ is $\lambda^2$. The line y = 2x + 1 meets C at two points R and S. where the distance between R and S is $\sqrt{270}$. Let the perpendicular bisector of RS meet C at two distinct points R' and S'. Let D be the square of the distance between R' and S'. The value of D is_____. **[JEE(Adv.)2021]**

माना रेखाऐं $L_1$ तथा $L_2$

$L_1 : x\sqrt{2} + y - 1 = 0$ व $L_2 : x\sqrt{2} - y + 1 = 0$ द्वारा परिभाषित हैं।

एक निश्चित अचर λ के लिए, माना C एक बिन्दु P का बिन्दुपथ है जबकि P की $L_1$ से दूरी तथा P की $L_2$ से दूरी का गुणनफल $\lambda^2$ है। रेखा y = 2x + 1, C से दो बिन्दुओं R व S पर मिलती है, जहाँ R व S के मध्य दूरी $\sqrt{270}$ है। माना RS का लम्ब समद्विभाजक C से दो भिन्न बिन्दुओं R' व S' पर मिलता है। माना R' तथा S' के मध्य दूरी का वर्ग D है। D का मान ____है। **[JEE(Adv.)2021]**

**Ans.** $\frac{540}{7}$

**Sol.** Locus C,

$$\left|\frac{x\sqrt{2}+y-1}{\sqrt{3}}\right|\left|\frac{x\sqrt{2}-y+1}{\sqrt{3}}\right| = \lambda^2$$

$\Rightarrow |2x^2 - (y-1)^2| = 3\lambda^2$

C cuts y – 1 = 2x at $R(x_1, y_1)$ and $S(x_2, y_2)$

So, $|2x^2 - (2x)^2| = 3\lambda^2$

$$\Rightarrow x = \pm\lambda\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore R\left(\lambda\sqrt{\frac{3}{2}}, 1+\lambda\sqrt{6}\right) \text{ and } S\left(-\lambda\sqrt{\frac{3}{2}}, 1-\lambda\sqrt{6}\right)$$

Distance between R and S is $\sqrt{270}$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\lambda\sqrt{6}\right)^2 + \left(2\lambda\sqrt{6}\right)^2} = \sqrt{270}$$

$\therefore \lambda^2 = 9$

Now, the curve C is

$$\Rightarrow \left|2x^2-(y-1)^2\right| = 27 \qquad ...(1)$$

Mid-point of RS is (0,1) and perpendicular bisector is

$$y = -\frac{1}{2}x+1 \qquad ...(2)$$

From (1) and (2), we have

$$\frac{7x^2}{2} = 27 \Rightarrow x = \pm 6\sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$\therefore R\left(6\sqrt{\frac{3}{7}}, 1-3\sqrt{\frac{3}{7}}\right) \text{ and } S\left(-6\sqrt{\frac{3}{7}}, 1+3\sqrt{\frac{3}{7}}\right)$$

$$D = (R'S')^2 = \left(12\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2 + \left(6\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2$$

$$\Rightarrow D = \frac{3}{7}\times 180 = \frac{540}{7}$$

$$\therefore D \approx 77.14$$

# CHALLENGER EXERCISES

## Exercise C - I

### SINGLE CORRECT TYPE QUESTIONS

1. The orthocentre of the triangle ABC is 'B' and the circumcentre is 'S' (a, b). If A is the origin then the co–ordinates of C are :

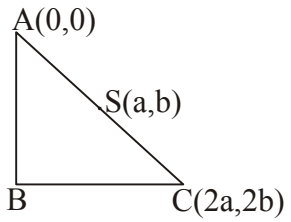
(A) (2a, 2b) (B) $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ (C) $\left(\sqrt{a^2 + b^2}, 0\right)$ (D) none

त्रिभुज ABC का लम्बकेन्द्र 'B' है तथा परिकेन्द्र 'S' (a, b) है। यदि A मूल बिन्दु हो, तो शीर्ष C के निर्देशांक हैं :

(A) (2a, 2b) (B) $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ (C) $\left(\sqrt{a^2 + b^2}, 0\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans.** A

**Sol.**




B is right angle

2. A triangle ABC with vertices A (–1, 0), B (–2, 3/4) & C (–3, – 7/6) has its orthocentre H. Then the orthocentre of triangle BCH will be :

(A) (– 3, – 2) (B) (1, 3) (C) (– 1, 2) (D) none of these

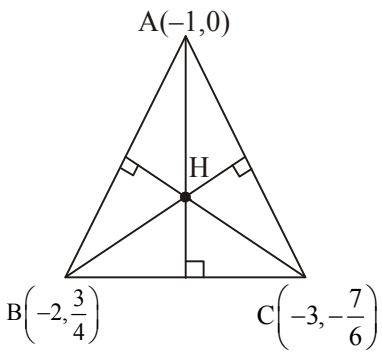
किसी त्रिभुज ABC के शीर्ष A (– 1, 0), B (– 2, 3/4) एवं C (– 3, – 7/6) है तथा इसका लम्बकेन्द्र H है, तो त्रिभुज BCH का लम्बकेन्द्र gkSk:

(A) (– 3, – 2) (B) (1, 3) (C) (– 1, 2) (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans.** D

**Sol.** **Alter :**

If H is orthocentre of triangle ABC, then orthocentre of triangle BCH is point A



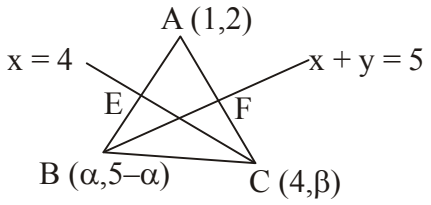
3. In a triangle ABC, co–ordinates of A are (1, 2) and the equations to the medians through B and C are $x + y = 5$ and $x = 4$ respectively. Then the co–ordinates of B and C will be :

त्रिभुज ABC में A के निर्देशांक (1, 2) है तथा B तथा C से गुजरने वाली माध्यिकाओं की समीकरण क्रमशः $x + y = 5$ एंव $x = 4$ है, तो B एवं C के निर्देशांक क्रमशः होगें :

(A) (–2, 7), (4, 3) (B) (7, –2), (4, 3) (C) (2, 7), (–4, 3) (D) (2, –7), (3, –4)

**Ans.** B

**Sol.**




$F \equiv F\left(\frac{5}{2}, \frac{\beta+2}{2}\right)$ $E \equiv \left(\frac{\alpha+1}{2}, \frac{5-\alpha+2}{2}\right)$

$\frac{5}{2} + \frac{\beta+2}{2} = 5$ $\frac{\alpha+1}{2} = 4$

$\beta + 7 = 10$ $\alpha = 7$

$\beta = 3$ $\Rightarrow E\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ & C (4,3) B(7, –2)

**Alter :**

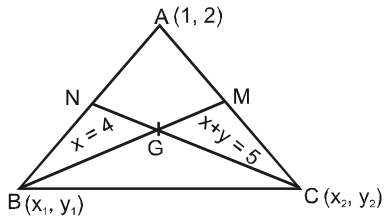
$x_1 + y_1 = 5$ _____(i)

$x_2 = 4$ _____(ii)

co - ordinates of G are $\equiv$ (4, 1)

$\Rightarrow \frac{1 + x_1 + x_2}{3} = 4$ _____(iii)

and $\frac{y_1 + y_2 + 2}{3} = 1$ _____(iv)



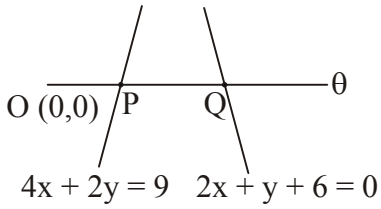

4. A straight line through the origin O meets the parallel lines $4x + 2y = 9$ and $2x + y + 6 = 0$ at points P and Q respectively. Then the point O divides the segment PQ in the ratio :

मूलबिन्दु O से जाने वाली एक सरल रेखा, दो समान्तर रेखाओं $4x + 2y = 9$ और $2x + y + 6 = 0$ से क्रमशः P और Q पर मिलती है, r ksfcUnqO, रेखाखण्ड PQ को किस अनुपात में विभाजित करेगा :

(A) 1 : 2 (B) 3 : 4 (C) 2 : 1 (D) 4 : 3

**Ans.** B

**Sol.**




Let $\frac{OP}{OQ} = \frac{\lambda}{1}$

$OP = \lambda k$

$OQ = k$

$P(\lambda k \cos\theta, \lambda k \sin\theta) \Rightarrow 4x + 2y = 9$

$Q(k\cos\theta, k\sin\theta) \Rightarrow 2x + y + 6 = 0$

$$2\lambda k = \frac{9}{2\cos\theta + \sin\theta}$$

$$k = \frac{-6}{2\cos\theta + \sin\theta}$$

$$2\lambda = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$\lambda = -\frac{3}{4}$ O divides PQ in 3 : 4, internally

5. The area bounded by the curves $y = |x| - 1$ and $y = -|x| + 1$ is :

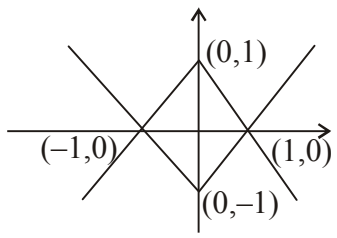
वक्रो $y = |x| - 1$ एवं $y = -|x| + 1$ से परिबद्ध क्षेत्रफल है :

(A) 1 (B) 2 (C) $2\sqrt{2}$ (D) 4

**Ans.** B

**Sol.** $y = |x| - 1$ & $y = -|x| + 1$

$$y = |x| - 1 = \begin{cases} x - 1 & x \geq 0 \\ -x - 1 & x < 0 \end{cases}$$



$$\text{Area} = \frac{1}{2}d_1d_2 = \frac{1}{2}\times 2\times 2 = 2$$

6. The set of values of 'b' for which the origin and the point (1, 1) lie on the same side of the straight line, $a^2x + aby + 1 = 0\ \forall\ a \in R, b > 0$ are :

मूल बिन्दु एवं बिन्दु (1,1) सरल रेखा $a^2x + aby + 1 = 0\ \forall\ a \in R, b > 0$ के एक ही ओर स्थित होने के लिए b के मानों का समुच्चय gS

(A) $b \in (2, 4)$ (B) $b \in (0, 2)$ (C) $b \in [0, 2]$ (D) $(2, \infty)$

**Ans.** B

**Sol.** $a^2x + a\,by + 1 = 0$ origin and (1, 1) lies on same side. $a^2 + ab + 1 > 0\ \forall\ a \in R$

$D < 0 \Rightarrow b^2 - 4 < 0 \Rightarrow b \in (-2, 2)$ but $b > 0 \Rightarrow b \in (0, 2)$

7. The point $(a^2, a + 1)$ is a point in the angle between the lines $3x - y + 1 = 0$ and $x + 2y - 5 = 0$ containing the origin if:

(A) $a \geq 1$ or $a \leq -3$ (B) $a \in (-3, 0) \cup (1/3, 1)$

(C) $a \in (0, 1)$ (D) none of these

बिन्दु $(a^2, a + 1)$ रेखाओं $3x - y + 1 = 0$ एवं $x + 2y - 5 = 0$ के मध्य उस कोण में स्थित होगा जिसमें मूल बिन्दु स्थित है यदि :

(A) $a \geq 1$ या $a \leq -3$ (B) $a \in (-3, 0) \cup (1/3, 1)$

(C) $a \in (0, 1)$ (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans.** B

**Sol.** Origin & $(a^2, a + 1)$ lies same side w.r.t. to given lines

$a^2 + 2a + 2 - 5 < 0 \Rightarrow a^2 + 2a - 3 < 0$

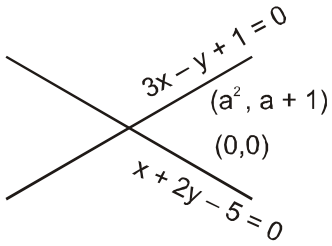
$\Rightarrow (a + 3)(a - 1) < 0$

$\Rightarrow a \in (-3, 1)$

$3a^2 - (a + 1) + 1 > 0 \Rightarrow 3a^2 - a > 0$

$\Rightarrow a(3a - 1) > 0$

$\Rightarrow a \in (\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$




take intersection we get $a \in (-3, 0) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$

8. The image of the point A (1, 2) by the line mirror y = x is the point B and the image of B by the line mirror y = 0 is the point $(\alpha, \beta)$ then :

(A) $\alpha = 1, \beta = -2$ (B) $\alpha = 0, \beta = 0$ (C) $\alpha = 2, \beta = -1$ (D) none of these

रेखा दर्पण y = x में बिन्दु A (1, 2) का प्रतिबिम्ब B है तथा रेखा दर्पण y = 0 में B के प्रतिबिम्ब के निर्देशांक $(\alpha, \beta)$ है, तो :

(A) $\alpha = 1, \beta = -2$ (B) $\alpha = 0, \beta = 0$ (C) $\alpha = 2, \beta = -1$ (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans.** C

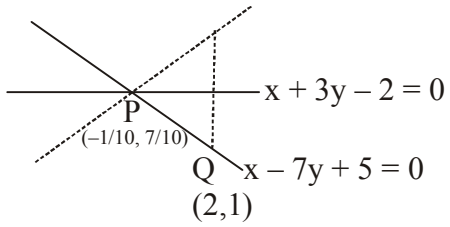
**Sol.** Image of A(1, 2) in line mirror y = x is (2, 1); Image of B(2, 1) in y = 0 (x – axes) is 2, – 1)
Hence, $\alpha = 2$, $\beta = -1$

9. The line x + 3y – 2 = 0 bisects the angle between a pair of straight lines of which one has equation x – 7y + 5 = 0. The equation of the other line is :
(A) 3x + 3y – 1 = 0 (B) x – 3y + 2 = 0 (C) 5x + 5y – 3 = 0 (D) none

रेखा x + 3y – 2 = 0 एक सरल रेखा युग्म के मध्य कोण को समद्विभाजित करती हैं। यदि रेखा युग्म की एक समीकरण x – 7y + 5 = 0 हो, तो अन्य रेखा की समीकरण है :
(A) 3x + 3y – 1 = 0 (B) x – 3y + 2 = 0 (C) 5x + 5y – 3 = 0 (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans.** C

**Sol.**




$$P \equiv \left(\frac{-1}{10}, \frac{7}{10}\right)$$

$$Q' \to \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = -2\left(\frac{2+3-2}{1+9}\right) = -\frac{3}{5} \qquad (Q' \equiv \text{image of } Q)$$

$$x = \frac{7}{5}, y = -\frac{4}{5}$$

Equation of line PQ′

$$\left(y - \frac{7}{10}\right) = \left(\frac{\frac{-4}{5} - \frac{7}{10}}{\frac{7}{5} + \frac{1}{10}}\right)\left(x + \frac{1}{10}\right)$$

5x + 5y – 3 = 0

10. On the portion of the straight line, x + 2y = 4 intercepted between the axes, a square is constructed on the side of the line away from the origin. Then the point of intersection of its diagonals has co–ordinates :
(A) (2, 3) (B) (3, 2) (C) (3, 3) (D) none

सरल रेखा $x + 2y = 4$ द्वारा अक्षों के मध्य काटे गये अन्तःखण्ड को एक भुजा लेकर एक वर्ग, मूल बिन्दु के विपरीत ओर, बनाया जाता है, r ksbl d sfod . kkd si fr PNs fcUnq sfun Zkd gksxs

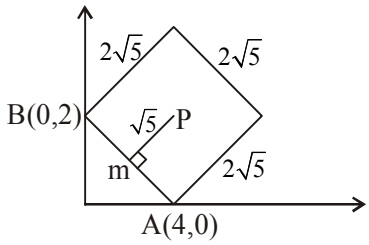
(A) (2, 3) (B) (3, 2) (C) (3, 3) (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans.** C

**Sol.** $AB = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

M(2,1)

Slope of PM = $\tan\theta = 2$




$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$r = \sqrt{5}$

$P(2 + r\cos\theta, 1 + r\sin\theta)$

$= P(3,3)$

11. AB is a variable line sliding between the coordinate axes is such a way that a lies on x–axis and B lies on y–axis. If P is a variable point on AB such that PA = b, PB = a and AB = a + b, then equation of locus of P is :

(A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (B) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (C) $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ (D) none of these

AB एक चर रेखा है जो निर्देशी अक्षों के बीच इस प्रकार फिसल रही है कि A, x–अक्ष पर स्थित है और B, y–अक्ष पर स्थित है। यदि AB पर एक चर बिन्दु P इस प्रकार है कि PA = b, PB = a और AB = a + b, तो P के बिन्दुपथ का समीकरण है :

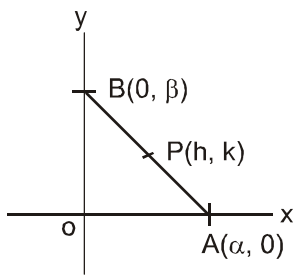
(A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (B) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (C) $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ (D) इनमें से कोई नही

**Ans.** A

**Sol.** M : 1 :-By geometry

$\alpha^2 + \beta^2 = (a + b)^2$ ....(i)

By section formula




$h = \frac{\alpha a}{a+b} \Rightarrow a = \frac{h(a+b)}{a}$

$k = \frac{\beta b}{a+b} \Rightarrow b = \frac{k(a+b)}{b}$

Put value of $\alpha$ and $\beta$ in (i)

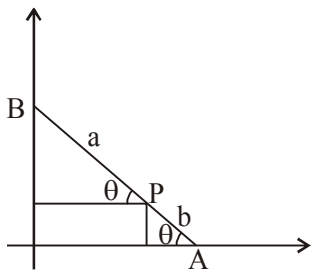
$$\frac{h^2(a+b)^2}{a^2}+\frac{k^2(a+b)^2}{b^2}=(a+b)^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{h^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}=1$$

Locus of P is $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

**M : 2 :-** $P(h,k)=(a\cos\theta, b\sin\theta)$

$\frac{h}{a}=\cos\theta$

$\frac{k}{b}=\sin\theta$




$\frac{h^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

12. Equations of the line pair through the origin and perpendicular to the line pair $xy-3y^2+y-2x+10=0$ is :

रेखा युग्म $xy-3y^2+y-2x+10=0$ के लम्बवत् एवं मूल बिन्दु से गुजरने वाले रेखा युग्म का समीकरण है :

(A) $xy-3y^2=0$ (B) $xy+3x^2=0$ (C) $xy+3y^2=0$ (D) $x^2-y^2=0$

**Ans.** B

**Sol.** Let equations of lines represented by the line pair $xy-3y^2+y-2x+10=0$ are

$y+c_1=0,\ x-3y+c_2=0$

lines $\perp$ to these lines and passing through origin are

$x=0,\ y=-3x$

Joint equation

$x(3x+y)=0 \Rightarrow xy+3x^2=0$

13. If the straight lines joining the origin and the points of intersection of the curve $5x^2+12xy-6y^2+4x-2y+3=0$ and $x+ky-1=0$ are equally inclined to the x–axis then the value of k is equal to :

वक्र $5x^2+12xy-6y^2+4x-2y+3=0$ एवं रेखा $x+ky-1=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु से मिलाने वाली सरल रेखाएँ x–अक्ष से समान कोण पर झुकी हुई हो, तो k का मान है :

(A) 1 (B) –1 (C) 2 (D) 3

**Ans.** B

**Sol.** Homogenize $5x^2+12xy-6y^2+4x-2y+3=0$ by $x+ky=1$

$$5x^2 + 12xy - 6y^2 + 4x(x + ky) - 2y(x + ky) + 3(x + ky)^2 = 0$$

it is equally indined with x-axes hence coeff. $xy = 0 \Rightarrow 12 + 4k - 2 + 6k = 0 \Rightarrow k = -1$

14. Area of the parallelogram formed by the lines $y = mx$, $y = mx + 1$, $y = nx$ and $y = nx + 1$ equals :

रेखाओं $y = mx$, $y = mx + 1$, $y = nx$ और $y = nx + 1$ से बनने वाले समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है :

(A) $\frac{|m+n|}{(m-n)^2}$ (B) $\frac{2}{|m+n|}$ (C) $\frac{1}{|m+n|}$ (D) $\frac{1}{|m-n|}$

**Ans.** D

**Sol.** Area of ||gram $= \left|\frac{1}{m-n}\right|$

15. The area bounded by the angle bisectors of the lines $x^2 - y^2 + 2y = 1$ and the line $x + y = 3$, is :

रेखा युग्म $x^2 - y^2 + 2y = 1$ के कोण समद्विभाजको एवं रेखा $x + y = 3$ से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल है :

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

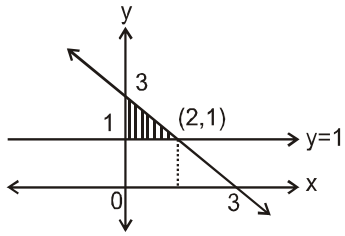
**Ans.** A

**Sol.** $x^2 - y^2 + 2y = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \pm(y - 1)$

Bisector of above lines are $x = 0$, $y = 1$

so Area between $x = 0$, $y = 1$ and $x + y = 3$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ sq. units




16. If L is the line whose equation is $ax + by = c$. Let M be the reflection of L through the y–axis, and let N be the reflection of L through the x–axis. Which of the following must be true about M and N for all choices of a, b and c :

(A) The x–intercept of M and N are equal (B) The y–intercepts of M and N are equal

(C) The slopes of M and N are equal (D) The slopes of M and N are reciprocal

यदि रेखा L जिसका समीकरण $ax + by = c$ है। माना L का y–अक्ष में प्रतिबिम्ब M तथा माना L का x–अक्ष में प्रतिबिम्ब N है, सभी a, b तथा c के लिए M तथा N के लिए निम्न में से कौनसा सत्य है?

(A) ड तथा N का x–काट बराबर है (B) ड तथा N का y–काट बराबर है

(C) ड तथा N की प्रवणता बराबर है (D) ड तथा N की प्रवणता व्युत्क्रमानुपाती है

**Ans.** C

**Sol.** L : $ax + by = c$

M : $-ax + by = c$

N : $ax - by = c$

M is parallel to N.

17. The complete set of real values of 'a' such that the point P(a, sin a) lies inside the triangle formed by the line $x - 2y + 2 = 0$, $x + y = 0$ and $x - y - \pi = 0$, is :

(A) $\left(0, \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \cup \left(\frac{2\pi}{2}, 2\pi\right)$ (C) $(0, \pi)$ (D) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$

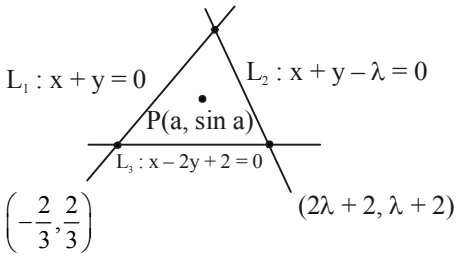
'a' के सभी वास्तविक मानों का सम्पूर्ण समुच्चय जिसके लिए बिन्दु P(a, sin a), रेखाओं $x - 2y + 2 = 0$, $x + y = 0$ तथा $x - y - \pi = 0$ से बनने वाले त्रिभुज के अन्दर स्थित है, होगा :

(A) $\left(0, \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \cup \left(\frac{2\pi}{2}, 2\pi\right)$

(C) $(0, \pi)$ (D) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$

**Ans.** C

**Sol.** P(a, sin a)




$L_1 : a + \sin a > 0$ ...(1)

$L_2 : a - \sin a - \pi < 0$ ...(2)

$L_3 : a - 2 \sin a + 2 > 0$ ...(3)

checking by option

Correct answer is C.

18. A piece of cheese is located at (12, 10) in a coordinate plane. A mouse is at (4, –2) and is running up the line $y = -5x + 18$. at the point (a, b) the mouse starts getting farther from the cheese rather than closer to it. The value of (a + b) is :

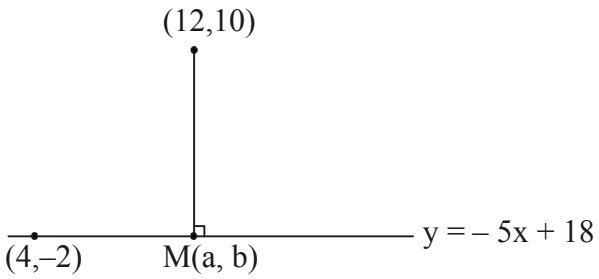
(A) 6 (B) 10 (C) 18 (D) 14

एक पनीर का टुकड़ा निर्देशांक समतल में बिन्दु (12, 10) पर स्थित है। एक चुहा बिन्दु (4, –2) पर है तथा रेखा $y = -5x + 18$ के vuq' knkSj gkgSA fcUnq (a, b) पर चुहा पनीर के नजदीक जाने की अपेक्षा दूर जाना शुरू हो जाता है, तो (a + b) का मान होगा :

(A) 6 (B) 10 (C) 18 (D) 14

**Ans.** B

**Sol.**




$$\frac{a-12}{5}=\frac{b-10}{1}=-\frac{(60+10-18)}{26}=-\frac{52}{26}=-2$$

$a = 2, b = 8 \Rightarrow a + b = 10$

19. If the equation $4y^3 - 8a^2yx^2 - 3ay^2x + 8x^3 = 0$ represent three straight lines, two of them are perpendicular then sum of all possible values of a is equal to :

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{-3}{4}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) –2

यदि समीकरण $4y^3 - 8a^2yx^2 - 3ay^2x + 8x^3 = 0$ तीन सरल रेखाओं को निरूपित करता है, जिसमें दो लम्बवत् रेखायें है, तो a के सभी l Hkkfor eku ksd k; ks x gks k:

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{-3}{4}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) –2

**Ans.** B

**Sol.** $4\left(\frac{y}{x}\right)^3 - a^2\left(\frac{y}{x}\right) - 3a\left(\frac{y}{a}\right)^2 + 8 = 0$

$4m^3 - 3am^2 - 8a^2m + 8 = 0$

$m_1m_2m_3 = -\frac{8}{4} = -2$ $m_1m_2 = -1$

$m_3 = 2$

$\Rightarrow 32 - 12a - 16a^2 + 8 = 0$

$\Rightarrow 8 - 3a - 4a^2 + 2 = 0$

$\Rightarrow 4a^2 + 3a + 10 = 0$

sum of roots $= -\frac{3}{4}$

20. The graph of the function, $y = \cos x \cos(x+2) - \cos^2(x+1)$ is :

(A) a straight line passing through $(0, -\sin^2 1)$ with slope 2

(B) a straight line passing through (0 , 0)

(C) a parabola with vertex $(1, -\sin^2 1)$

(D) a straight line passing through the point $\left(\frac{\pi}{2}, -\sin^2 1\right)$ and parallel to the x–axis

फलन $y = \cos x \cos(x+2) - \cos^2(x+1)$ का आरेख है :

(A) एक सरल रेखा है जो $(0, -\sin^2 1)$ से गुजरती है जिसकी प्रवणता 2 है

(B) एक सरल रेखा जो (0 , 0) से गुजरती है

(C) एक परवलय जिसका शीर्ष $(1, -\sin^2 1)$ है

(D) एक सरल रेखा जो $\left(\frac{\pi}{2}, -\sin^2 1\right)$ से गुजरती है तथा x–अक्ष के समान्तर है

**Ans.** D

**Sol.** $y = \cos x \cdot \cos(x+2) - \cos^2(x+1)$

$$y = \cos x \cdot \cos(x+2) - \left(\frac{1+\cos(2x+2)}{2}\right)$$

$2y = 2\cos x \cdot \cos(x+2) - 1 - \cos(2x+2)$

$2y = \cos(2x+2) + \cos 2 - 1 - \cos(2x+2)$

$2y = \cos 2 - 1$

$$y = \frac{\cos 2 - 1}{2} = -\sin^2(1)$$

Slope = 0 $\Rightarrow$ parallel to x-axis

21. P is a point inside the triangle ABC. Lines are drawn through P, parallel to the sides of the triangle. The three resulting triangles with the vertex at P have areas 4, 9 and 49 sq. units. The area of the triangle ABC is :

(A) 121 (B) 100 (C) 81 (D) 144

त्रिभुज ABC के अन्दर एक बिन्दु P है, बिन्दु P से तीनों भुजाओं के समान्तर रेखा खींची जाती है इस प्रकार l s, d mHk, fu"V' kkZP से तीन त्रिभुज बनती है। जिनका क्षेत्रफल 4, 9 एवं 49 है, तो ABC का क्षेत्रफल होगा :

(A) 121 (B) 100 (C) 81 (D) 144

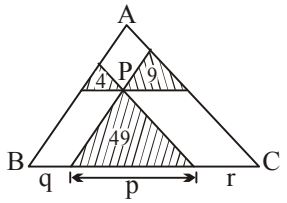
**Ans.** D

**Sol.** $$\frac{ar(PQR)}{QR^2} = \frac{ar(ABC)}{BC^2}$$

$\frac{49}{\Delta} = \frac{p^2}{a^2}$ or $\frac{7}{\sqrt{\Delta}} = \frac{p}{a}$ _____(1)

|||ly $\frac{2}{\sqrt{\Delta}} = \frac{q}{a}$ _____(2)

and $\frac{3}{\sqrt{\Delta}} = \frac{r}{a}$ _____(3)




(1) + (2) + (3) gives $\frac{12}{\sqrt{\Delta}} = \frac{p+q+r}{a} = 1 \Rightarrow D = 144$

22. The complete set of values of the parameter $\alpha$ so that the point $P\left(\alpha, (1+\alpha^2)^{-1}\right)$ does not lie outside the triangle formed by the lines $L_1 : 15y = x + 1$, $L_2 : 78y = 118 - 23x$ and $L_3 : y + 2 = 0$, is :

यदि बिन्दु $P\left(\alpha, (1+\alpha^2)^{-1}\right)$ भुजाओं $L_1 : 15y = x + 1$, $L_2 : 78y = 118 - 23x$ एवं $L_3 : y + 2 = 0$ से बनने वाली त्रिभुज के भीतर ; kf=kHkq i j fLFkr g$Sr ksi kpy $\alpha$ का मान होगा :

(A) (0, 5) (B) [2, 5] (C) [1, 5] (D) [0, 2] (E) (2, 5]

**Ans.** B

**Sol.** As $P(\alpha, (1 + \alpha^2)^{-1})$ lie on $y = \frac{1}{1+x^2}$

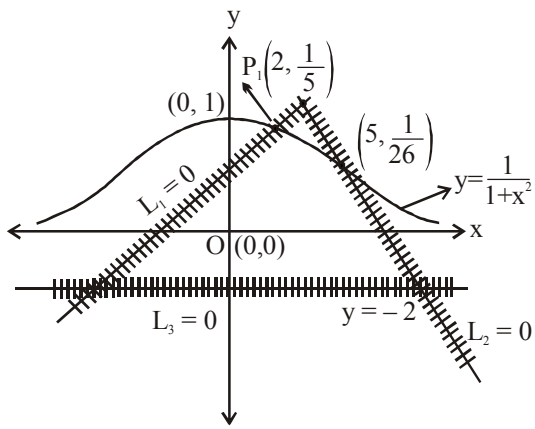
$\therefore$ On solving $y = \frac{1}{1+x^2}$ with $L_1$,

$\frac{15}{1+x^2} = x + 1 \Rightarrow x = 2,\ y = \frac{1}{5}$

we get $P_1\left(2, \frac{1}{5}\right)$ _____(1)

and with $L_2$ $\frac{78}{1+x^2} = 118 - 23x$, we get $P_2\left(5, \frac{1}{26}\right)$ _____(2)

$\therefore$ From (1) and (2), we get $2 \le \alpha \le 5$



## ONE OR MORE THAN ONE CORRECT TYPE QUESTIONS

23. Λινε $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ cuts the co–ordinate axes at A(a, 0) and B (0, b) and the line $\frac{x}{a'}+\frac{y}{b'}=-1$ at A′ (–a′, 0) and B′ (0, –b′) . If the points A, B, A′, B′ are concyclic then the orthocentre of the triangle ABA′ is :

रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ तथा $\frac{x}{a'}+\frac{y}{b'}=-1$ निर्देशांक अक्ष को क्रमशः A(a, 0), B (0, b) तथा A′ (–a′, 0) एवं B′ (0, –b′) पर काटती है यदि बिन्दु A, B, A′, B′ चक्रीय हो, तो त्रिभुज ABA′ का लम्ब केन्द्र होगा :

(A) (0, 0) (B) (0, b') (C) $\left(0, \frac{aa'}{b}\right)$ (D) $\left(0, \frac{bb'}{a}\right)$

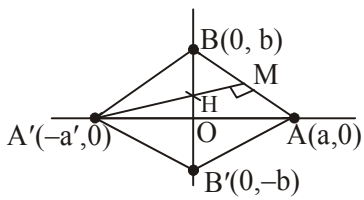
**Ans.** BC

**Sol.** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1, \quad \frac{x}{a'}+\frac{y}{b'}=1$

$m_{AB}=-\frac{b}{a}$

$m_{A'M}=\frac{a}{b}$

$\frac{\beta-0}{0+a'}=\frac{a}{b} \Rightarrow \beta=\frac{aa'}{b}$




$H\left(0, \frac{aa'}{b}\right) \Rightarrow$ option (C)

ABA′B′ is concyclic then

Intersecting chord theorem

$a\times(a')=b\times(+b')$

$\Rightarrow b'=\frac{aa'}{b}$

$H\left(0, \frac{aa'}{b}\right) \equiv H(0, b')$

**Aliter** :

$m_{AB}=\frac{-b}{a}$

$$m_{A'H} = \frac{a}{b}$$

$$y - 0 = \frac{a}{b}(x + a')$$

$$y = \frac{a}{b}x + a\frac{a'}{b}$$

$$y - 0 = \frac{a'}{b}(x - a)$$

$$y = \frac{a'}{b}x - a\frac{a'}{b}$$

P.O.I. $\left(0, \frac{aa'}{b}\right)$

24. Consider the equation $y - y_1 = m(x - x_1)$. If m and $x_1$ are fixed and different lines are drawn for different values of $y_1$, then :

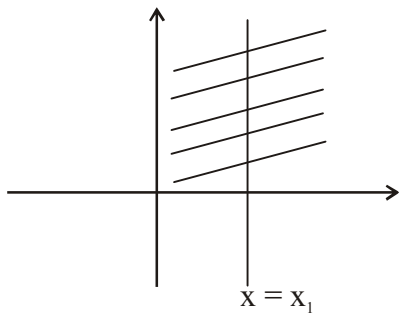
(A) the lines will pass through a fixed point
(B) there will be a set of parallel lines
(C) all the lines intersect the line $x = x_1$
(D) all the lines will be parallel to the line $y = x_1$

दिया हुआ रेखा का समीकरण $y - y_1 = m(x - x_1)$ है। यदि m एवं $x_1$ स्थिर है। तथा $y_1$ के अलग–अलग मान के लिये अलग–अलग j§ kk[ kapht kr hgks]r ks:

(A) सारी रेखाऐं स्थिर बिन्दु से जायेगी
(B) सारी रेखाऐं समान्तर होगी
(C) सारी रेखाऐं रेखा $x = x_1$ को काटेगी
(D) सारी रेखाऐं $y = x_1$ के समान्तर होगी

**Ans.** BC

**Sol.** $(y - y_1) = m(x - x_1)$




(B) All lines are parallel.

(C) All the lines intersect the line $x = x_1$.

25. If $\frac{x}{c}+\frac{y}{d}=1$ is a line through the intersection of $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ and $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$ and the lengths of the perpendiculars drawn from the origin to these lines are equal in lengths then :

(A) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}$ (B) $\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}=\frac{1}{c^2}-\frac{1}{d^2}$

(C) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$ (D) none

यदि रेखाओं $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ एवं $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x}{c}+\frac{y}{d}=1$ है तथा (0, 0) से इन j§kvksa ij Mky sx; sy Ec d hy Ecbl eku gksr ks:

(A) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}$ (B) $\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}=\frac{1}{c^2}-\frac{1}{d^2}$

(C) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$ (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans.** AC

**Sol.** $\left.\begin{array}{l} bx+ay=ab \\ ax+by=ab \end{array}\right] \Rightarrow y=\frac{ab}{a+b}$

$P\left(\frac{ab}{a+b},\frac{ab}{a+b}\right)$

$x=\frac{ab}{a+b}$

$\frac{x}{c}+\frac{y}{a}=1 \Rightarrow \frac{ab}{c(a+b)}+\frac{ab}{d(a+b)}=1$

$\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \rightarrow$ option (C)

$P=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2} \rightarrow$ option (A)

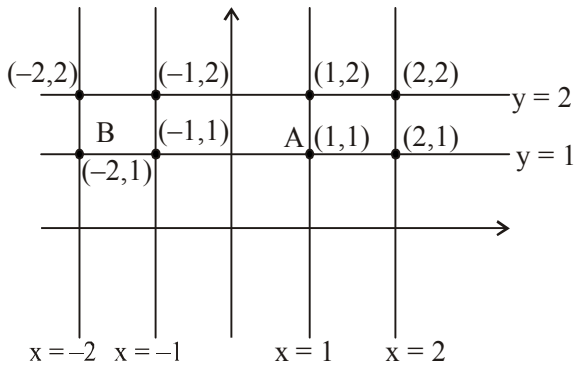
26. The x-coordinates of the vertices of a square of unit area are the roots of the equation $x^2-3|x|+2=0$ and the y-coordinates of the vertices are the roots of the equation $y^2-3y+2=0$ then the possible vertices of the square is/are :

इकाई क्षेत्रफल वाले वर्ग के शीर्षो का भुज तथा कोटि समीकरण $x^2 - 3|x| + 2 = 0$ तथा $y^2 - 3y + 2 = 0$ का मूल है तो वर्ग के शीर्षो के सम्भावित निर्देशांक होगे।

(A) (1, 1), (2, 1), (2, 2), (1, 2)
(B) (–1, 1), (–2, 1), (–2, 2), (–1, 2)
(C) (2, 1), (1, –1), (1, 2), (2, 2)
(D) (–2, 1), (–1, –1), (–1, 2), (–2, 2)

**Ans.** AB

**Sol.** $x = \pm 1, \pm 2,\ y = 1, 2$




27. P(x, y) moves such that the area of the triangle formed by P, Q (a , 2a) and R (–a, – 2a) is equal to the area of the triangle formed by P, S (a, 2a) and T (2a, 3a). The locus of 'P' is a straight line given by :

यदि P (x, y) इस प्रकार से गति करता है कि ΔPQR का क्षेत्रफल ΔPST के क्षेत्रफल के बराबर है जहां Q (a , 2a) तथा R (– a, – 2a) एवं S (a, 2a) तथा T (2a, 3a) है तो P का बिन्दुपथ सरल रेखा द्वारा निरूपित होगा।

(A) $3x - y = a$
(B) $5x - 3y + a = 0$
(C) $5x - 5y + a = 0$
(D) $2y = ax$

**Ans.** AB

**Sol.** P (x, y) Q (a, 2a) & R (–a, –2a)

S (a, 2a) T (2a, 3a)

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & 2a & 1 \\ -a & -2a & 1 \end{vmatrix} = \pm \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & 2a & 1 \\ 2a & 3a & 1 \end{vmatrix}$$

–ve +ve

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & 2a & 1 \\ 3a & 5a & 0 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & 2a & 1 \\ a & a & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$\Rightarrow -5ax + 3ay - a^2 = 0$ $\qquad 3ax - ay - a^2 = 0$

$\Rightarrow 5x - 3y + a = 0$ $\qquad 3x - y - a = 0$

28. Let $u \equiv ax + by + a\sqrt[3]{b} = 0$ $v \equiv bx - ay + b\sqrt[3]{a} = 0$ $a, b \in R$ be two straight lines. The equation of the bisectors of the angle formed by $k_1u - k_2v = 0$ and $k_1u + k_2v = 0$ for non zero real $k_1$ and $k_2$ are :

माना कि $u \equiv ax + by + a\sqrt[3]{b} = 0$, $v \equiv bx - ay + b\sqrt[3]{a} = 0$ जहाँ $a, b \in R$ रेखाओ $k_1u - k_2v = 0$ एवं $k_1u + k_2v = 0$ के कोणों की अर्द्धक रेखा का समीकरण होगा (जहाँ $k_1, k_2 \neq 0$) :

(A) $u = 0$ (B) $k_2u + k_1v = 0$ (C) $k_2u - k_1v = 0$ (D) $v = 0$

**Ans.** AD

**Sol.** Note that the lines are perpendicular.

Assume the co-ordinate axes to be directed along $u = 0$ and $v = 0$.

Now the lines $k_1u - k_2v = 0$ and $k_1u + k_2v = 0$ are equally inclined with $uv$ axes.

Hence the bisectors are $u = 0$ and $v = 0$. i.e. $\dfrac{k_1u - k_2u}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} = \pm \dfrac{k_1u + k_2u}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}$

29. The bisectors of angle between the st. lines, $y - b = \dfrac{2m}{1-m^2}(x-a)$ and $y - b = \dfrac{2m'}{1-m'^2}(x-a)$ are :

रेखाओं $y - b = \dfrac{2m}{1-m^2}(x-a)$ तथा $y - b = \dfrac{2m'}{1-m'^2}(x-a)$ के कोणों की अर्द्धक रेखा होगी।

(A) $(y - b)(m + m') + (x - a)(1 - mm') = 0$ (B) $(y - b)(m + m') - (x - a)(1 - mm') = 0$

(C) $(y - b)(1 - mm') + (x - a)(m + m') = 0$ (D) $(y - b)(1 - mm') - (x - a)(m + m') = 0$

**Ans.** AD

**Sol.** $M_1 = \tan 2\theta_1$ $M_2 = \tan 2\theta_2$ $\tan\theta_1 = M_1 \tan\theta_2 = M$

$\phi_1 = \dfrac{2\theta_1 + 2\theta_2}{2} = \theta_1 + \theta_2$ $\phi_2 = \dfrac{\pi}{2} + \theta_1 + \theta_2$

$\tan\phi_1 = \dfrac{m + m'}{1 - mm'}$ $\tan\phi_2 = -\cos(\theta_1 + \theta_2)$

$= -\left(\dfrac{mm' - 1}{m + m'}\right)$

$(y - b) = \dfrac{m + m'}{1 - mm'}(x - a) \rightarrow (D)$

$(y - b) = \left(\dfrac{mm' - 1}{m + m'}\right)(x - a) \rightarrow (A)$

30. If the vertices P, Q, R of a triangle PQR are rational points, which of the following points of the triangle PQR is/are always rational point(s)?

(A) centriod (B) incentre (C) circumcentre (D) orthocentre

यदि $\Delta PQR$ के शीर्ष यदि परिमेय है, तो इनमें से कौन सा निर्देशांक हमेशा परिमेय होगा

(A) केन्द्रक (B) अन्तः केन्द्र (C) परिकेन्द्र (D) लम्बकेन्द्र

**Ans.** ACD

**Sol.** put $m = \tan\alpha$ and $m' = \tan\beta$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ all are rational.

Hence

(A) Centroid $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$ is rational.

(B) In centre $\left(\frac{\Sigma a x_1}{\Sigma a}, \frac{\Sigma a y_1}{\Sigma a}\right)$ can be irrational as side length can be irrational.

(C) Circumcentre will be rational as coffiecient in equations of $\perp$ bisector will be rational.

Hence coordinate of there Point of Intersection will also be rational.

(D) Similarly, Orthocentre is also rational.